Olimpiada națională de matematică

Etapa locală 15.02.2015

Clasa a V-a

Subiectul 4

Dacă $a = 10^{59} - 9 \cdot 10^{58}$ și

$b = 5^4 \cdot 25^{11} \cdot 125^{10} \cdot (2^{59} + 2^{58} + 2^{57} + 2^{56})$, atunci:

a. Comparați a cu b.
b. Aflați ultimele 114 cifre ale numărului $n = (a + b)^2$.
c. Arătați că restul împărțirii numărului a la b este cub perfect.

Prof. Statie Alexandru

Barem:

a) $a = 10^{58}$ 1p
$b = 15 \cdot 10^{56}$ 1p
$a = 100 \cdot 10^{56} \Rightarrow a > b$ 1p

b) $n = (115 \cdot 10^{56})^2 = 13225 \cdot 10^{112}$ 1p
cifrele cerute sunt 2,5, $\underbrace{0,\ldots,0}_{112\ cifre}$ 1p

c) $a = 90 \cdot 10^{56} + 10 \cdot 10^{56} = 6b + 10 \cdot 10^{56} = 6b + 10^{57}$
$10 \cdot 10^{56} < b \Rightarrow$restul este 10^{57} 1p
$10^{57} = (10^{19})^3 = c.p$ 1p